

매일 한 문제

수학1



쌤투스

최종 수정일: 2024-04-25

2024 1학기

<https://youtube.com/@ssam-talks>
sejari_math@naver.com

1주

지수

1. 거듭제곱근

a 의 n 제곱근과 n 제곱근 a

2. 지수의 확장

정수지수

유리지수

실수지수

3. 지수법칙

대표문제 1 유리지수

수학 1, 중대부고 2022 2-1 중간기출변형

두 실수 a, b 에 대하여

$$3^{3a-b} = 32, 3^{a+b} = 8 \text{ 일 때 } 4^{\frac{2a+b}{ab}} \text{ 값은?}$$

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

개념공간

A large rectangular area with a solid blue border and horizontal dashed lines, intended for writing or drawing. The area is divided into three sections by two vertical lines near the top and bottom edges, which are also marked with small blue brackets.

2 거듭제곱근

평가원, 2021 6월 모평기출

자연수 n 이 $2 \leq n \leq 11$ 일 때, $-n^2 + 9n - 18$ 의 n 제곱근 중에서 음의 실수가 존재하도록 하는 모든 n 의 값의 합을 구하시오.

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

3 거듭제곱근

평가원, 2023학년도 9월 모평기출

함수 $f(x) = -(x - 2)^2 + k$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 자연수 n 의 개수가 2일 때, 상수 k 의 값을 구하시오.

$\sqrt{3}^{f(n)}$ 의 네제곱근 중 실수인 것을 모두 곱한 것이 -9 이다.

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

4 거듭제곱근

평가원, 2022학년도 6월 모평기출

다음 조건을 만족시키는 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 가 존재하도록 하는 모든 자연수 n 의 값의 합을 구하시오.

- (가) x 에 대한 방정식 $(x^n - 64)f(x) = 0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖고, 각각의 실근은 중근이다.
(나) 함수 $f(x)$ 의 최솟값은 음의 정수이다.

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

5 거듭제곱근

평가원, 2011학년도 9월 모평기출변형

$1 \leq m \leq 6$, $1 \leq n \leq 27$ 인 두 자연수 m, n 에 대하여 $\sqrt[3]{n^m}$ 이 자연수가 되도록 하는 순서쌍 (m, n) 의 개수는?

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

6 거듭제곱근

평가원, 2007학년도 9월 모평기출

세 양수 a, b, c 에 대하여 $a^6 = 3, b^5 = 7, c^2 = 11$ 일 때, $(abc)^n$ 이 자연수가 되도록 하는 최소의 자연수 n 의 값을 구하시오.

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

조개류는 현탁물을 여과한다. 수온이 $t(^{\circ}\text{C})$ 이고 개체중량이 $w(\text{g})$ 일 때, A조개와 B조개가 1시간 동안 여과하는 양(L)을 각각 Q_A, Q_B 라고 하면 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$Q_A = 0.01t^{1.25}w^{0.25}$$

$$Q_B = 0.05t^{0.75}w^{0.30}$$

수온이 20°C 이고 A조개와 B조개의 개체중량이 각각 8g 일 때, $\frac{Q_A}{Q_B}$ 의 값은 $2^a \times 5^b$ 이다.

$a + b$ 의 값은? (단, a, b 는 유리수이다.)

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

2주

로그

1. 로그의 정의
2. 로그의 성질 - 기본
3. 로그의 성질 - 심화

대표문제 1 로그의 활용

세화고 2022 2-1 중간기출변형

자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족하는 양수 a 의 갯수를 $f(n)$ 이라 하자.

(가) $|\log_5 a|$ 는 자연수이다.

(나) $\log_a(5^n \times a^4)$ 도 자연수이다.

이때, $f(n) = 7$ 을 만족하는 자연수 n 의 최솟값을 구하시오.

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

개념공간

A large rectangular area with a solid blue border and horizontal dashed lines, intended for writing or drawing. The area is divided into two sections by a vertical dashed line near the center. The top and bottom edges of the rectangle have small inward-pointing tabs on the right side.

2 지수와 로그

평가원, 2020년 9월 모평기출

양수 a, b, c, k 가 다음 조건을 만족시킬 때, k^2 의 값을 구하시오.

(가) $3^a = 5^b = k^c$

(나) $\log c = \log(2ab) - \log(2a + b)$

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

자연수 n 에 대하여 함수 $f(n)$ 이 다음과 같다.

$$f(n) = \begin{cases} \log_3 n & (n \text{이 홀수}) \\ \log_2 n & (n \text{이 짝수}) \end{cases}$$

30 이하의 두 자연수 m, n 에 대하여 $f(mn) = f(m) + f(n)$ 을 만족시키는 순서쌍 (m, n) 의 개수는?

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

$\log_4 2n^2 - \frac{1}{2} \log_2 \sqrt{n}$ 의 값이 40 이하의 자연수가 되도록 하는 자연수 n 의 개수를 구하시오.

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

자연수 n 의 양의 약수의 개수를 $f(n)$ 이라 하고, 36의 모든 양의 약수를 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_9$ 라 하자.
 $\sum_{k=1}^9 \{(-1)^{f(a_k)} \times \log a_k\}$ 의 값은?

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

6 로그 활용

평가원, 2012년 6월 학평기출변형

300 이하의 자연수 전체의 집합을 S 라 할 때, $n \in S$ 에 대하여 집합

$$\{k | k \in S \text{ 이고, } \log_3 n - \log_3 k \text{는 정수}\}$$

의 원소의 개수를 $f(n)$ 이라 하자. 예를 들어 $f(10) = 4$ 이고, $f(299) = 1$ 이다. 이때, $f(n) = 2$ 인 n 의 개수를 구하시오

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

단면의 반지름의 길이가 $R(R < 1)$ 인 원기둥 모양의 어느 급수관에 물이 가득 차 흐르고 있다. 이 급수관의 단면의 중심에서의 물의 속력을 v_c , 급수관의 벽면으로부터 중심 방향으로 $x(0 < x \leq R)$ 만큼 떨어진 지점에서의 물의 속력을 v 라 하면 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$\frac{v_c}{v} = 1 - k \log \frac{x}{R}$$

(단, k 는 양의 상수이고, 길이의 단위는 m, 속력의 단위는 m/초이다.)

$R < 1$ 인 이 급수관의 벽면으로부터 중심 방향으로 $R^{\frac{27}{23}}$ 만큼 떨어진 지점에서의 물의 속력이 중심에서의 물의 속력의 $\frac{1}{2}$ 일 때, 급수관의 벽면으로부터 중심 방향으로 R^a 만큼 떨어진 지점에서의 물의 속력이 중심에서의 물의 속력의 $\frac{1}{3}$ 이다. a 의 값은?

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

3주

지수 함수

1. 지수 함수
2. 지수 함수의 변형
3. 지수 함수의 최대, 최소

함수

$$f(x) = \begin{cases} 2^x & (x < 3) \\ \left(\frac{1}{4}\right)^{x+a} - \left(\frac{1}{4}\right)^{3+a} + 8 & (x \geq 3) \end{cases}$$

에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 중에서 y 좌표가 정수인 점의 개수가 23일 때, 정수 a 의 값은?

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

개념공간

A large rectangular area with a solid blue border and horizontal dashed lines, intended for writing or drawing. The area is divided into two sections by a vertical dashed line near the center. The top and bottom edges of the rectangle have small inward-pointing tabs on the right side.

2 지수함수

교육청, 2014년 11월 학평기출

좌표평면에서 $a > 1$ 인 자연수 a 에 대하여 두 곡선 $y = 4^x$, $y = a^{-x+4}$ 와 직선 $y = 1$ 로 둘러싸인 영역의 내부 또는 그 경계에 포함되고 x 좌표와 y 좌표가 모두 정수인 점의 개수가 20이상 40 이하가 되도록 하는 a 의 개수를 구하시오.

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

3 지수함수

평가원, 2015년 9월 모평기출

다음 조건을 만족시키는 두 자연수 a, b 의 모든 순서쌍 (a, b) 의 개수를 구하시오.

(가) $1 \leq a \leq 10, 1 \leq b \leq 100$

(나) 곡선 $y = 2^x$ 이 원 $(x - a)^2 + (y - b)^2 = 1$ 과 만나지 않는다.

(다) 곡선 $y = 2^x$ 이 원 $(x - a)^2 + (y - b)^2 = 4$ 와 적어도 한 점에서 만난다.

[풀이공간]

[조건공간]

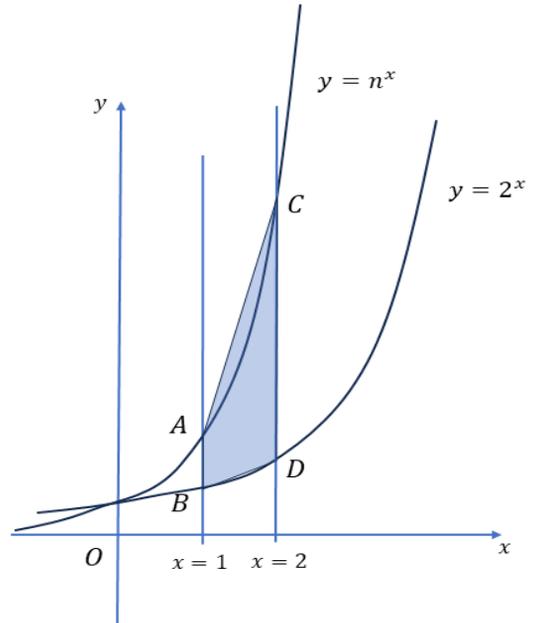
[개념공간]

[목표공간]

4 지수함수

2021 10월 학평 기출

그림과 같이 3 이상의 자연수 n 에 대하여 두 곡선 $y = n^x, y = 2^x$ 이 직선 $x = 1$ 과 만나는 점을 각각 A, B 라 하고, 두 곡선 $y = n^x, y = 2^x$ 이 직선 $x = 2$ 와 만나는 점을 각각 C, D 라 하자. 사다리꼴 $ABDC$ 의 넓이가 18 이하가 되도록 하는 모든 자연수 n 의 값의 합을 구하시오.



[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

5 지수함수

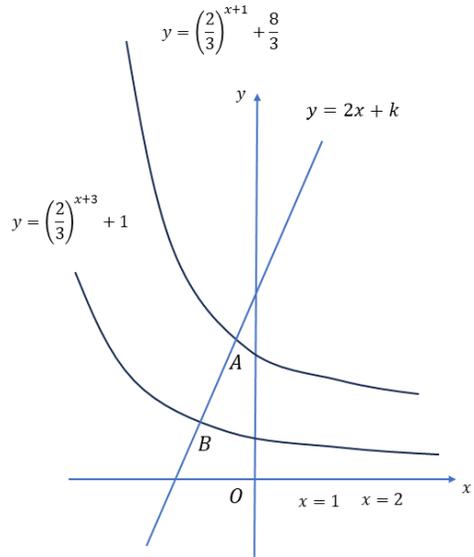
평가원, 2021 수능 기출

직선 $y = 2x + k$ 가 두 함수

$$y = \left(\frac{2}{3}\right)^{x+3} + 1, \quad y = \left(\frac{2}{3}\right)^{x+1} + \frac{8}{3}$$

의 그래프와 만나는 점을 각각 P, Q 라 하자.

$\overline{PQ} = \sqrt{5}$ 일 때, 상수 k 의 값은?



[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

6 지수함수

교육청, 2012년 11월 학평기출

자연수 a, b 에 대하여 곡선 $y = a^{x+1}$ 과 곡선 $y = b^x$ 이 직선 $x = t (t \geq 1)$ 와 만나는 점을 각각 P, Q 라 하자. 다음 조건을 만족시키는 a, b 의 모든 순서쌍 (a, b) 의 개수를 구하시오. 예를 들어, $a = 4, b = 5$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $2 \leq a \leq 10, 2 \leq b \leq 10$

(나) $t \geq 1$ 인 어떤 실수 t 에 대하여 $\overline{PQ} \leq 10$ 이다.

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

7 지수함수

평가원, 2024학년도 9월 모평기출

두 자연수 a, b 에 대하여 함수

$$f(x) = \begin{cases} 2^{x+a} + b & (x \leq -8) \\ -3^{x-3} + 8 & (x > -8) \end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킬 때, $a + b$ 의 값을 구하시오.

집합 $\{f(x) | x \leq k\}$ 의 원소 중 정수인 것의 개수가 2가 되도록 하는 모든 실수 k 의 값의 범위는 $3 \leq k < 4$ 이다.

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

4주

로그 함수

1. 로그 함수
2. 로그 함수의 변형
3. 로그 함수의 최대, 최소

대표문제 1 지수-로그함수

서울 진선여고 2022 기출 변형

$a > 1$ 인 실수 a 에 대하여 직선 $y = -x + 10$ 이 두 곡선 $y = a^{x-2}$, $y = \log_a(x-2)$ 과 만나는 점을 각각 A, B 라 하면 $\overline{AB} = 4\sqrt{2}$ 이다. 곡선 $y = \log_a(x-2)$ 와 x 축이 만나는 점을 C , 곡선 $y = a^{x-2}$ 와 y 축이 만나는 점을 D 라 하자. 사각형 $ABCD$ 의 넓이 S 에 대해서 $S = \frac{q}{p}$ 일 때, $p + q$ 의 값은? (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.)

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

개념공간

A large rectangular area with a solid blue border and horizontal dashed lines, intended for writing or drawing. The area is divided into two sections by a vertical dashed line near the center. The top and bottom edges of the rectangle have small inward-pointing tabs on the right side.

2. 로그 함수

2021 수능 기출

두 상수 a, b ($1 < a < b$)에 대하여 좌표평면 위의 두 점 $(a, \log_2 a)$, $(b, \log_2 b)$ 를 지나는 직선의 y 절편과 두 점 $(a, \log_4 a)$, $(b, \log_4 b)$ 를 지나는 직선의 y 절편이 같다.

함수 $f(x) = a^{bx} + b^{ax}$ 에 대하여 $f(1) = 40$ 일 때, $f(2)$ 의 값은?

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

3. 로그 함수

진선여고 2022 중간 기출 변형

좌표평면에서 $a > 1$ 인 실수 a 에 대하여 함수 $f(x) = \log_a(x + 4|x|)$ 의 그래프와 직선 $y = k$ 의 두 교점을 A, B 라 하고, 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 중 A, B 가 아닌 점을 C 라 할 때, 세 점 A, B, C 는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 점 A 는 제 1 사분면의 점이다.

(나) 점 C 의 x 좌표는 $\frac{1}{25}$ 이고, 점 A 와 점 C 의 중점은 x 축 위에 있다.

(다) $\angle ACB = 90^\circ$

$k = \frac{q}{p}$ 일 때, $p + q$ 의 값을 구하시오. (단, k 는 상수이고, p, q 는 서로소인 자연수이다.)

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

4. 지수-로그 함수

진선여고 2022 중간 기출 변형

좌표평면에서 곡선 $y = 2^x$ 위의 점 $A(x_1, y_1)$, 곡선 $y = \log_3 x$ 위의 점 $B(x_2, y_2)$ 가 있다.
원점 O 에 대하여, $\overline{OA} = \overline{OB}$ 를 만족할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?
(단, $0 < x_1 < x_2$)

<보기>

ㄱ. $x_2 < y_1$

ㄴ. $y_2 - y_1 < x_1 - x_2$

ㄷ. $(y_1 - x_1)^2 < |(x_1 - x_2)(y_1 - y_2)|$

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

5. 지수, 로그 함수

세화고 2022 2-1 중간기출변형

곡선 $y = \log_{\frac{1}{4}} x$ 가 두 곡선 $y = 3^x$, $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ 과 만나는 점의 x 좌표를 각각 a, b 라 할 때,

〈보기〉에서 옳은 것을 고르면?

〈보기〉 ㄱ. $a > \frac{1}{4}$ ㄴ. $\frac{1}{3^b} < \frac{4}{3}(1-b)$ ㄷ. $\frac{3^{a+b}-3^b}{a} < 2 \cdot 3^b < \frac{2}{b}$

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

6. 지수, 로그 함수

2021 수능 기출

상수 k 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 좌표평면의 점 $A(a, b)$ 가 오직 하나 존재한다.

(가) 점 A 는 곡선 $y = \log_2(x + 2) + k$ 위의 점이다.

(나) 점 A 를 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 점은 곡선 $y = 4^{x+k} + 2$ 위에 있다.

$a \times b$ 의 값을 구하시오. (단, $a \neq b$)

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

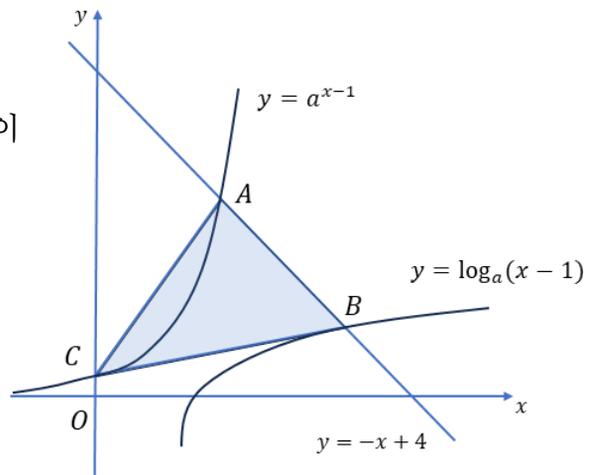
[목표공간]

7. 지수, 로그 함수

2021 9월 학평 기출

$a > 1$ 인 실수 a 에 대하여 직선 $y = -x + 4$ 가
두 곡선 $y = a^{x-1}, y = \log_a(x-1)$
과 만나는 점을 각각 A, B 라 하고, 곡선 $y = a^{x-1}$ 이
 y 축과 만나는 점을 C 라 하자.

$\overline{AB} = 2\sqrt{2}$ 일 때, 삼각형 ABC 의 넓이는 S 이다.
 $50 \times S$ 의 값을 구하시오.



[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

5주

지수-로그의 방정식-부등식

1. 지수 방정식
2. 지수 부등식
3. 로그 방정식
4. 로그 부등식

대표 문제 1 로그부등식

진명여고 2020 2-1 중간 기출변형

부등식 $\log_3(18 - 2x^2) - \log_3(a - 2x) > 1$ 를 만족시키는 정수 x 의 개수가 2가 되도록 하는 정수 a 의 값을 모두 구하시오.

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

개념공간

A large rectangular area with a solid blue border and horizontal dashed lines, intended for writing or drawing. The area is divided into two sections by a vertical dashed line near the center. The top and bottom edges of the rectangle have small inward-pointing tabs on the right side.

2 지수방정식

평가원, 2013년 6월 모평기출

방정식

$$4^x + 4^{-x} + a(2^x - 2^{-x}) + 7 = 0$$

이 실근을 갖기 위한 양수 a 의 최솟값을 m 이라 할 때, m^2 의 값을 구하시오.

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

3 지수방정식

평가원, 2024년 경찰대기출

방정식 $3^x + 3^{-x} - 2(\sqrt{3}^x + \sqrt{3}^{-x}) - |k - 2| + 7 = 0$ 이 실근을 갖지 않도록 하는 정수 k 의 개수를 구하시오.

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

4 로그방정식

교육청, 2009년 11월 학평기출

$1 < a < b$ 인 두 실수 a, b 에 대하여

$$\frac{3a}{\log_a b} = \frac{b}{2\log_b a} = \frac{3a+b}{3}$$

가 성립할 때, $10\log_a b$ 의 값을 구하시오.

[풀이공간]

[조건공간]

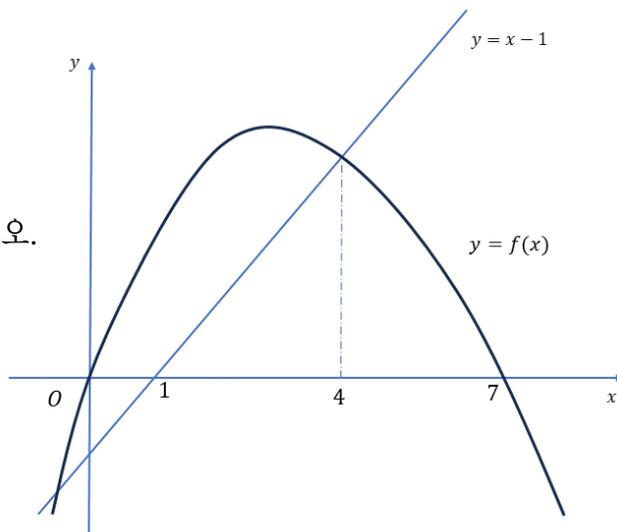
[개념공간]

[목표공간]

5 로그부등식

평가원 2020 6월 학평 기출

이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = x - 1$ 이 그림과 같을 때, 부등식 $\log_3 f(x) + \log_{\frac{1}{3}}(x - 1) \leq 0$ 을 만족시키는 모든 자연수 x 의 값의 합을 구하시오. (단, $f(0) = f(7) = 0, f(4) = 3$)



[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

6 함수와 방정식

평가원, 2024학년도 6월 모평기출

실수 t 에 대하여 두 곡선 $y = t - \log_2 x$ 와 $y = 2^{x-t}$ 이 만나는 점의 x 좌표를 $f(t)$ 라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 모두 고르시오.

<보기>

- ㄱ. $f(1) = 1$ 이고 $f(2) = 2$ 이다.
- ㄴ. 실수 t 의 값이 증가하면 $f(t)$ 의 값도 증가한다.
- ㄷ. 모든 양의 실수 t 에 대하여 $f(t) \geq t$ 이다.

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

7 로그 활용

평가원 2017학년도 6월 모평기출

다음 조건을 만족시키는 20이하의 모든 자연수 n 의 값의 합을 구하시오.

$\log_2(na - a^2)$ 과 $\log_2(nb - b^2)$ 은 같은 자연수이고
 $0 < b - a \leq \frac{n}{2}$ 인 두 실수 a, b 가 존재한다.

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

6주

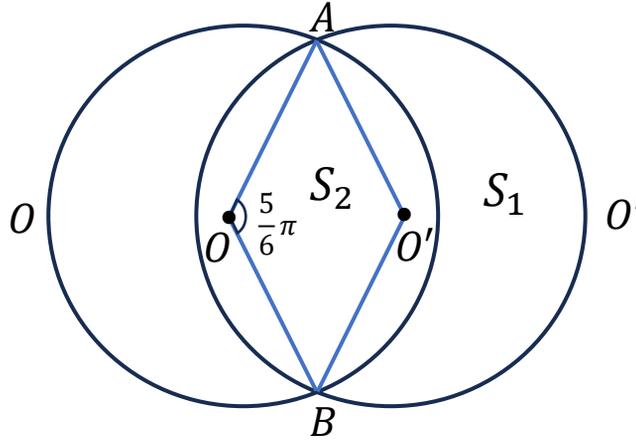
일반각과 호도법

1. 일반각
2. 호도법
3. 부채꼴
4. 삼각비

대표 문제 1 부채꼴

교육청, 2021년 3월 학평기출

그림과 같이 두 점 O, O' 을 각각 중심으로 하고 반지름의 길이가 3인 두 원 O, O' 이 한 평면 위에 있다. 두 원 O, O' 이 만나는 점을 각각 A, B 라 할 때, $\angle AOB = \frac{5}{6}\pi$ 이다.



원 O 의 외부와 원 O' 의 내부의 공통부분의 넓이를 S_1 , 마름모 $AOBO'$ 의 넓이를 S_2 라 할 때, $S_1 - S_2$ 의 값은?

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

개념공간

A large rectangular area with a solid blue border and horizontal dashed lines, intended for writing or drawing. The area is divided into three sections by two vertical lines near the right edge, each section having a small notch at the top and bottom corners.

2 일반각

교육청, 2019년 11월 학평기출변형

좌표평면 위의 점 P 에 대하여 동경 OP 가 나타내는 각의 크기 중 하나를 θ ($\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$)라 하자. 각의 크기 6θ 를 나타내는 동경이 동경 OP 와 직선 $y = x$ 에 대해서 대칭일 때, 모든 θ 의 값의 합은 $\frac{q}{p}\pi$ 이다. $p + q$ 를 구하시오. (단, O 는 원점이고, x 축의 양의 방향을 시초선으로 하며, p, q 는 서로소인 자연수이다.)

[풀이공간]

[조건공간]

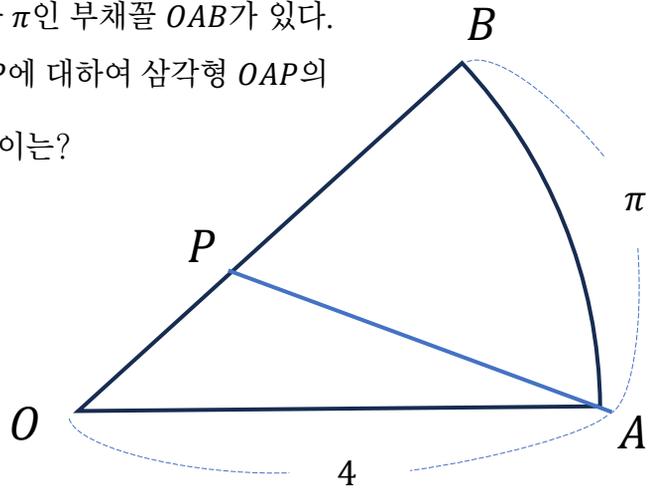
[개념공간]

[목표공간]

3 부채꼴

교육청, 2020년 11월 학평기출

그림과 같이 반지름의 길이가 4, 호의 길이가 π 인 부채꼴 OAB 가 있다.
부채꼴 OAB 의 넓이를 S , 선분 OB 위의 점 P 에 대하여 삼각형 OAP 의
넓이를 T 라 하자. $\frac{S}{T} = \pi$ 일 때, 선분 OP 의 길이는?
(단, 점 P 는 점 O 가 아니다.)



[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

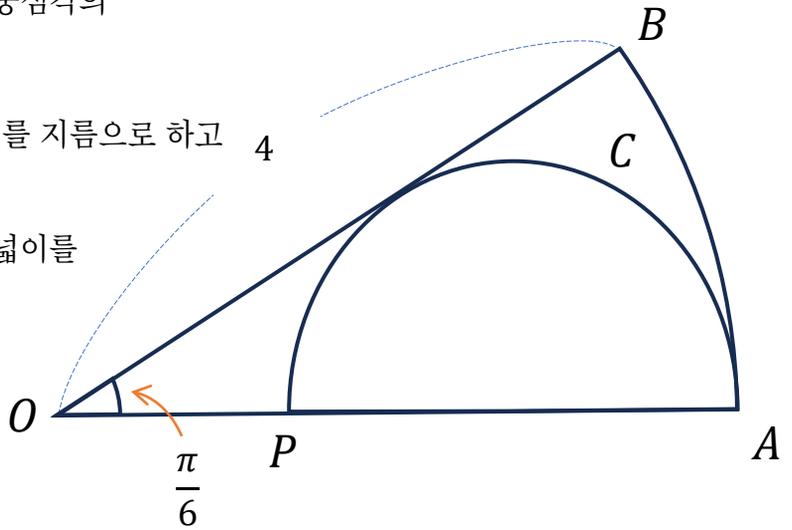
[목표공간]

4 부채꼴

교육청 2019년, 6월 고2학평기출

그림과 같이 반지름의 길이가 4이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{6}$ 인 부채꼴 OAB 가 있다.

선분 OA 위의 점 P 에 대하여 선분 PA 를 지름으로 하고 선분 OB 에 접하는 반원을 C 라 할 때, 부채꼴 OAB 의 넓이를 S_1 , 반원 C 의 넓이를 S_2 라 하자. $S_1 - S_2$ 의 값은?



[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

5 부채꼴의 넓이

교육청, 2019년 9월 고2학평기출

그림과 같이 반지름의 길이가 6인 원 O_1 이 있다.

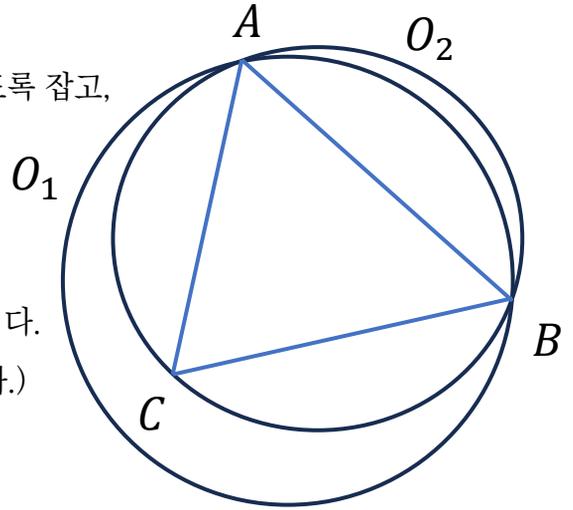
원 O_1 위에 서로 다른 두 점 A, B 를 $\overline{AB} = 6\sqrt{2}$ 가 되도록 잡고,

원 O_1 의 내부에 점 C 를 삼각형 ACB 가 정삼각형이 되도록 잡는다.

정삼각형 ACB 의 외접원을 O_2 라 할 때,

원 O_1 과 원 O_2 의 공통부분의 넓이는 $p + q\sqrt{3} + r\pi$ 이다.

$p + q + r$ 의 값을 구하시오. (단, p, q, r 은 유리수이다.)



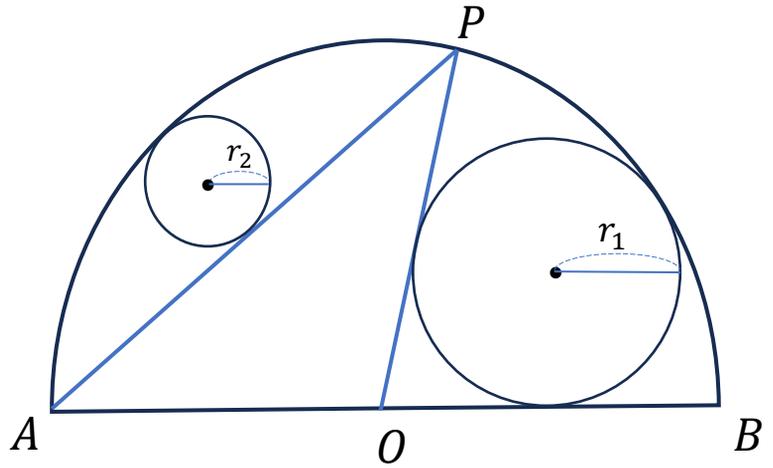
[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

그림과 같이 길이가 2인 선분 AB 를 지름으로 하고 중심이 O 인 반원이 있다. 호 AB 위에 점 P 를 $\cos(\angle BAP) = \frac{4}{5}$ 가 되도록 잡는다. 부채꼴 OBP 에 내접하는 원의 반지름의 길이가 r_1 , 호 AP 를 이등분하는 점과 선분 AP 의 중점을 지름의 양 끝점으로 하는 원의 반지름의 길이가 r_2 일 때 $r_1 r_2$ 의 값은?



[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

7 삼각비의 활용

교육청, 2019년 6월 고2학평기출

좌표평면 위의 두 점 $A(-1, 0), B(1, 0)$ 에 대하여 선분 AB 를 지름으로 하는 원 C 가 있다.

$a > 1$ 인 실수 a 에 대하여 함수 $y = \log_a x$ 의 그래프와 원 C 가 만나는 두 점 중에서 B 가 아닌 점을 P 라 하자. $\overline{AP} = \sqrt{3}$ 일 때, $a^{\sqrt{3}}$ 의 값은?

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

7주

삼각함수

1. 일반각의 삼각함수
2. 삼각함수의 기본 성질
3. 각의 변형과 삼각함수

대표 문제 1 삼각함수의 정의

교육청, 2021년 4월 학평기출

자연수 k 에 대하여 집합 A_k 를

$$A_k = \left\{ \sin \frac{2(m-1)}{k} \pi \mid m \text{은 자연수} \right\}$$

라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보기>

ㄱ. $A_3 = \left\{ -\frac{\sqrt{3}}{2}, 0, \frac{\sqrt{3}}{2} \right\}$

ㄴ. 1이 집합 A_k 의 원소가 되도록 하는 두 자리 자연수 k 의 개수는 22이다.

ㄷ. $n(A_k) = 11$ 을 만족시키는 모든 k 의 값의 합은 33이다.

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

개념공간

A large rectangular area with a solid blue border and horizontal dashed lines, intended for writing or drawing. The area is divided into two sections by a vertical dashed line near the center. The top and bottom edges of the rectangle have small inward-pointing tabs on the right side.

2 삼각함수의 정의

교육청, 2021년 3월 학평기출

좌표평면에서 제 1사분면에 점 P 가 있다. 점 P 를 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 점을 Q 라 하고, 점 Q 를 원점에 대하여 대칭이동한 점을 R 라 할 때, 세 동경 OP, OQ, OR 가 나타내는 각을 각각 α, β, γ 라 하자. $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ 일 때, $9(\sin^2 \beta + \tan^2 \gamma)$ 의 값을 구하시오. (단, O 는 원점이고, 시초선은 x 축의 양의 방향이다.)

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

3 삼각함수의 정의

평가원, 2009년 9월 모평기출변형

수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_n = 3 + (-1)^n$ 일 때, 좌표평면 위의 점 P_n 을

$$P_n\left(a_n \cos \frac{2n\pi}{3}, a_n \sin \frac{2n\pi}{3}\right)$$

라 하자. 점 P_{2024} 와 같은 점은 P_k 이다. k 의 값은? (단, $1 \leq k \leq 6$)

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

4 삼각함수의 성질

교육청, 2021년 4월 학평기출

$0 < \theta < 2\pi$ 인 θ 에 대하여 $\frac{\sin\theta \cos\theta}{1-\cos\theta} + \frac{1-\cos\theta}{\tan\theta} = 1$ 일 때, $\cos\theta$ 의 값은?

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

5 삼각함수의 성질

이매고, 2020년 2-1기말기출변형

θ 가 제 2사분면의 각이고

$$\sin \theta + \cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

일 때, $\sin \theta - \cos \theta$ 의 값은?

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

6 삼각함수의 성질

홍천고, 2020년 2-1기말기출

$1 + \sin \frac{n}{3}\pi + \tan \frac{2n+1}{4}\pi = 0$ 만족하는 모든 두 자리의 자연수 n 의 합은?

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

7 삼각함수의 성질

낙생고, 2020년 2-1 기말기출변형

$0 < x < \frac{\pi}{2}$ 인 x 에 대하여 함수

$$f(x) = \frac{16}{\cos^2 x} + \frac{9}{\sin^2 x}$$

가 $x = \alpha$ 에서 최솟값 m 을 가질 때, $m \times \tan^2 \alpha$ 의 값은?

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

8주

삼각함수 그래프(1)

1. 기본 함수
2. 변형 1- 상하 좌우
3. 변형 2- 평행이동/대칭이동
4. 변형 3- 절댓값

대표 문제 1 삼각함수 그래프

진명여고 2020 2-1 중간 기출변형

음의 정수 a 와 실수 k 에 대하여 직선 $y = a(x - k)$ 와 함수 $y = \tan x$ 의 그래프가

$0 < x < \frac{15}{2}\pi$ 에서 만나는 모든 점의 x 좌표를 작은 수부터 크기 순으로 나열한 것을

$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_m$ 이라 하자. 다음 조건을 만족하는 a 의 최댓값을 A 라 했을 때, $A + m$ 의 값을 구하시오.

(가) $\tan \alpha_3 \times \tan \alpha_4 < 0$ 이다.

(나) $x = \frac{\alpha_3 + \alpha_4}{2}$ 에서 함수 $y = \tan x$ 의 함숫값이 존재하지 않는다.

(다) 직선 $y = a(x - k)$ 와 함수 $y = 3\pi \cos(x + \pi)$ 의 그래프는 오직 한 점에서 만난다.

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

개념공간

A large rectangular area with a solid blue border and horizontal dashed lines, intended for writing or drawing. The area is divided into two sections by a vertical dashed line near the center. The top and bottom edges of the rectangle have small inward-pointing tabs on the right side.

2 삼각함수 그래프

교육청, 2020년 3월 학평기출

$0 \leq x \leq \pi$ 일 때, 2 이상의 자연수 n 에 대하여 두 곡선 $y = \sin x$ 와 $y = \sin(nx)$ 의 교점의 개수를 a_n 이라 하자. $a_3 + a_5$ 의 값을 구하시오.

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

3 삼각함수 그래프

교육청, 2021년 3월 학평기출

$0 < a < \frac{4}{7}$ 인 실수 a 와 유리수 b 에 대하여 닫힌 구간 $\left[-\frac{\pi}{a}, \frac{2\pi}{a}\right]$ 에서 정의된 함수

$f(x) = 2 \sin(ax) + b$ 가 있다. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 두 점 $A\left(-\frac{\pi}{2}, 0\right), B\left(\frac{7}{2}\pi, 0\right)$ 을 지날 때,

$30(a + b)$ 의 값을 구하시오.

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

4 삼각함수 그래프

교육청, 2021년 4월 학평기출

$0 \leq x \leq 2\pi$ 에서 정의된 함수 $y = a\sin 3x + b$ 의 그래프가 두 직선 $y = 9$, $y = 2$ 와 만나는 점의 개수가 각각 3, 7이 되도록 하는 두 양수 a , b 에 대하여 $a \times b$ 의 값을 구하시오.

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

5 삼각함수 그래프

평가원, 2023년 9월 모평기출

닫힌 구간 $[0, 12]$ 에서 정의된 두 함수

$$f(x) = \cos \frac{\pi x}{6}, \quad g(x) = -3 \cos \frac{\pi x}{6} - 1$$

이 있다. 곡선 $y = f(x)$ 와 직선 $y = k$ 가 만나는 두 점의 x 좌표를 α_1, α_2 라 할 때,

$|\alpha_1 - \alpha_2| = 8$ 이다. 곡선 $y = g(x)$ 와 직선 $y = k$ 가 만나는 두 점의 x 좌표를 β_1, β_2 라 할 때, $|\beta_1 - \beta_2|$ 의 값은? (단, k 는 $-1 < k < 1$ 인 상수이다.)

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

6 삼각함수 그래프

평가원, 2021 9월 모의기출

닫힌 구간 $[-2\pi, 2\pi]$ 에서 정의된 두 함수

$$f(x) = \sin kx + 2, \quad g(x) = 3\cos 12x$$

에 대하여 다음 조건을 만족시키는 자연수 k 의 개수는?

실수 a 가 두 곡선 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 의 교점의 y 좌표이면

$$\{x|f(x) = a\} \subset \{x|g(x) = a\}$$

이다.

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

7 삼각함수 그래프

평가원, 2022년학년도 6월 모평기출

$-1 \leq t \leq 1$ 인 실수 t 에 대하여 x 에 대한 방정식

$$\left(\sin \frac{\pi x}{2} - t\right)\left(\cos \frac{\pi x}{2} - t\right) = 0$$

의 실근 중에서 집합 $\{x | 0 \leq x < 4\}$ 에 속하는 가장 작은 값을 $\alpha(t)$, 가장 큰 값을 $\beta(t)$ 라 하자.
<보기>에서 옳은 것만을 모두 고르시오.

<보기>

ㄱ. $-1 \leq t < 0$ 인 모든 실수 t 에 대하여 $\alpha(t) + \beta(t) = 5$ 이다.

ㄴ. $\{t | \beta(t) - \alpha(t) = \beta(0) - \alpha(0)\} = \{t | 0 \leq t \leq \frac{\sqrt{2}}{2}\}$

ㄷ. $\alpha(t_1) = \alpha(t_2)$ 인 두 실수 t_1, t_2 에 대하여 $t_2 - t_1 = \frac{1}{2}$ 이면 $t_1 \times t_2 = \frac{1}{3}$ 이다.

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

9주

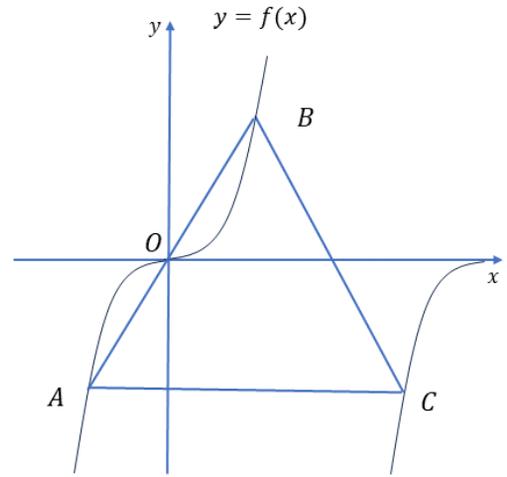
삼각함수 그래프(2)

1. 삼각함수와 합성함수
2. 삼각함수의 최대, 최소

대표 문제 1 삼각함수 그래프

평가원, 2022학년도 수능 기출

양수 a 에 대하여 집합 $\{x \mid -\frac{a}{2} < x \leq a, x \neq \frac{a}{2}\}$ 에서 정의된 함수 $f(x) = \tan \frac{\pi x}{a}$ 가 있다. 그림과 같이 함수 $y = f(x)$ 의 그래프 위의 세 점 O, A, B 를 지나는 직선이 있다. 점 A 를 지나고 x 축에 평행한 직선이 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 만나는 점 중 A 가 아닌 점을 C 라 하자. 삼각형 ABC 가 정삼각형일 때, 삼각형 ABC 의 넓이를 구하시오. (단, O 는 원점이다.)



[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

개념공간

A large rectangular area with a solid blue border and horizontal dashed lines, intended for writing or drawing. The area is divided into three sections by two vertical lines near the right edge, each section having a small notch at the top and bottom corners.

2 삼각방정식

평가원, 2023학년도 경찰대 기출

두 자연수 a, b 에 대하여 함수 $f(x) = \sin(a\pi x) + 2b(0 \leq x \leq 1)$ 이 있다. 집합 $\{x \mid \log_2 f(x) \text{는 정수}\}$ 의 원소의 개수가 8이 되도록 하는 서로 다른 모든 a 의 값의 합을 구하시오.

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

3 삼각함수의 최대, 최소

보평고, 2020년 기출변형

$\pi \leq x \leq 2\pi$ 에서 방정식 $\sin x - k \cos x - 4k + 3 = 0$ 이 해를 갖도록 하는 상수 k 의 최댓값을 a , 최솟값을 b 라 할 때, a, b 의 값을 각각 구하고 그 과정을 서술하시오.

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

4 삼각방정식

평가원, 2022학년도 9월 모평기출

두 양수 a, b 에 대하여

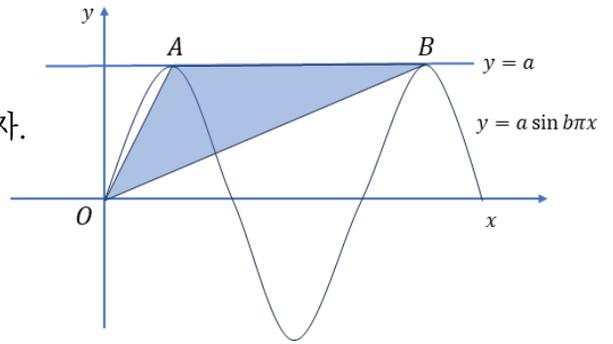
곡선 $y = a \sin b\pi x (0 \leq x \leq \frac{3}{b})$ 이

직선 $y = a$ 와 만나는 서로 다른 두 점을 A, B 라 하자.

삼각형 OAB 의 넓이가 5이고 직선 OA 의 기울기와

직선 OB 의 기울기의 곱이 $\frac{5}{4}$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

(단, O 는 원점이다.)



[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

5 삼각함수와 방정식

교육청, 2017년 4월 학평기출

x 에 대한 방정식 $|\cos x + \frac{1}{4}| = k$ 가 서로 다른 3개의 실근을 갖도록 하는 실수 k 의 값을 α 라 할 때, 40α 의 값을 구하시오. (단, $0 \leq x < 2\pi$)

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

6 삼각함수의 최대, 최소

성일고, 2020년 2-1기말 기출변형

방정식 $2 \sin^2 x + 3 \cos x = k$ 가 실근을 갖도록 하는 실수 k 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M + m$ 의 값을 구하는 과정을 논술하시오.

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

7 삼각함수의 최대, 최소

성남여고, 2020년 2-1기말 기출

$0 \leq x \leq 9$ 에서 두 함수 $f(x) = 2 \sin \frac{\pi}{3}x - k$ 와 $g(x) = \sin \frac{\pi}{3}x$ 의 그래프가 만나는 점의 개수를 $N(k)$ 라 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, k 는 실수이다.)

<보기>

ㄱ. $N(2) = 0$

ㄴ. $0 < k < 1$ 일 때, $N(k) = 4$

ㄷ. $N(k) = 1$ 일 때, 방정식 $|f(x) + g(x)| = \frac{3}{2}$ 의 모든 실근의 합은 27이다.

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

10주

삼각 방정식, 부등식

1. 삼각 방정식
2. 삼각 부등식

대표 문제 1 삼각부등식

중대부고 2022 2-1 중간 기출변형

$-\pi < x < \pi$ 에 대하여 $a = \sqrt{3}$ 일 때,

$$1 + \log_a(1 - \tan \frac{x}{2}) \geq \log_a(1 + \tan \frac{x}{2})$$

를 만족하는 x 의 범위가 $\alpha < x \leq \beta$ 이다.

$|\alpha + \beta|$ 의 값은? (단, $\tan \frac{\pi}{12} = 2 - \sqrt{3}$ 이다.)

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

개념공간

A large rectangular area with a solid blue border and horizontal dashed lines, intended for writing or drawing. The area is divided into two sections by a vertical dashed line near the center. The top and bottom edges of the rectangle have small inward-pointing tabs on the right side.

2 삼각방정식

동덕여고 2023 2-1 중간 기출변형

두 함수 $f(x) = \tan \pi x$, $g(x) = |5 \sin x + 2|$ 가 있다.

$0 < x < 3\pi$ 에서 방정식 $(f \circ g)(x) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는?

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

3 삼각방정식

교육청, 2002년 4월 학평기출

삼각방정식

$$\sin(\pi \cos x) = 0$$

의 해의 개수는? (단, $0 \leq x < 2\pi$)

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

4 삼각방정식

평가원, 2009년 6월 모평기출

단한 구간 $[0, 2\pi]$ 에서 삼각방정식

$$\sin\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) = 2 \cos^2 x$$

의 모든 해의 합은?

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

5 삼각부등식

교육청, 2019년 10월 학평기출

열린 구간 $(0, \pi)$ 에서 부등식

$$(2^x - 8)\left(\cos x - \frac{1}{2}\right) < 0$$

의 해가 $a < x < b$ 또는 $c < x < d$ 일 때, $(b - a) + (d - c)$ 의 값은? (단, $b < c$)

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

6 삼각부등식

교육청, 2020년 7월 학평기출

$\tan \alpha = -\frac{5}{12}$ ($\frac{3}{2}\pi < \alpha < 2\pi$)이고 $0 \leq x < \frac{\pi}{2}$ 일 때, 부등식

$$\cos x \leq \sin(x + \alpha) \leq 2 \cos x$$

를 만족시키는 x 에 대하여 $\tan x$ 의 최댓값과 최솟값의 합은?

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

7 삼각방정식 활용

교육청, 2012년 3월 학평기출

x 에 대한 방정식 $\cos x = \frac{1}{(2n-1)\pi} x$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)의 양의 실근의 개수를 a_n 이라 할 때

$$\sum_{n=1}^{24} \frac{500}{(a_n + 1)(a_n + 3)}$$

의 값을 구하시오.

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

11주

삼각함수의 활용

1. 사인 법칙
2. 코사인 법칙
3. 삼각형 넓이

대표 문제 1 삼각함수의 활용

경기도 2021 2-1 기말기출변형

그림과 같이 예각삼각형 ABC 가 원에 내접하고 있다.

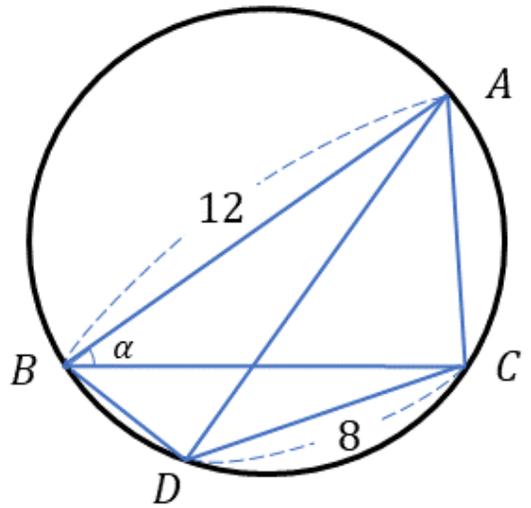
$\overline{AB} = 12$ 이고 $\angle ABC = \alpha$ 라 할 때, $\cos \alpha = \frac{3}{4}$ 이다.

점 A 를 지나지 않는 호 BC 위의 한 점 D 에 대하여

$\overline{CD} = 8$ 이다. 두 삼각형 ABC, BCD 의 넓이를

각각 S_1, S_2 라 할 때, $S_1 : S_2 = 4 : 1$ 이다.

삼각형 ACD 의 내접원의 넓이는?



[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

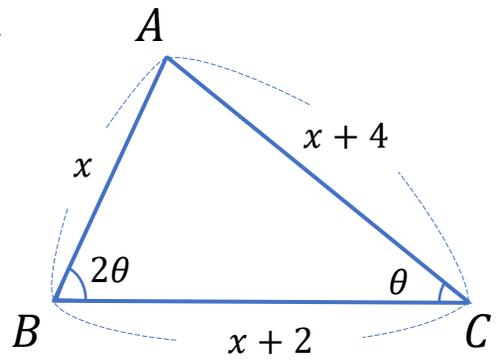
개념공간

A large rectangular area with a solid blue border and horizontal dashed lines, intended for writing or drawing. The area is divided into three sections by two vertical lines near the right edge, each section having a small notch at the top and bottom center. The dashed lines are evenly spaced and extend across the width of the page.

2 삼각함수의 활용

경기도 2021 2-1 기말기출변형

삼각형 ABC 에서 $\overline{AB} = x, \overline{BC} = x + 2, \overline{CA} = x + 4$ 이고
 $\angle ABC = 2\theta, \angle BCA = \theta$ 일 때,
 $x \cdot \sin^2 \theta$ 의 값은?



[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

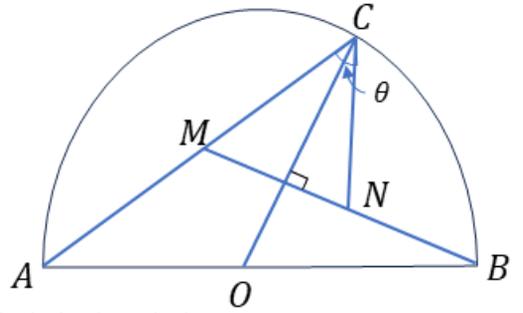
[목표공간]

3 삼각함수의 활용

경기도 2021 2-1 기말기출변형

그림과 같이 선분 AB 를 지름으로 하는
반원의 호 AB 위에 점 C 가 있다.

선분 AB 의 중점 O 와 선분 AC 의 중점 M 에 대하여
두 직선 BM, OC 는 서로 수직이다. 선분 BM 위의
한 점을 N 이라 하고 $\angle MCN = \theta$ 라 할 때,



$\tan \theta = \frac{3\sqrt{2}}{4}$, $CN = \sqrt{34}$ 이다. AB^2 을 구하는 과정을 자세히 서술하시오.

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

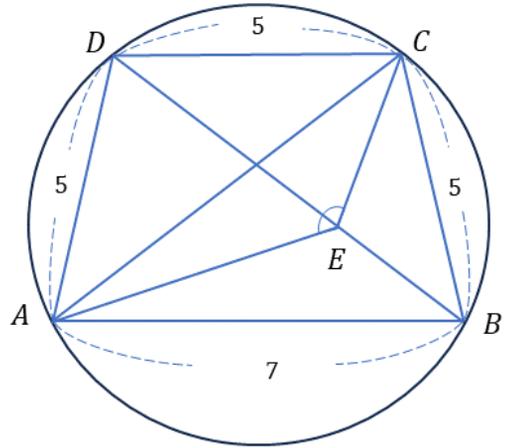
4 삼각함수의 활용

동덕여고 2023 2-1 기말기출변형

그림과 같이 $\overline{AB} = 7, \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA} = 5$ 인 사각형 $ABCD$ 가 원에 내접하고 있다.

$\angle CAB$ 의 이등분선과 \overline{BD} 가 만나는 점을 E ,

$\sin(\angle AEC) = a$ 라 할 때, a^2 의 값은?



[풀이공간]

[조건공간]

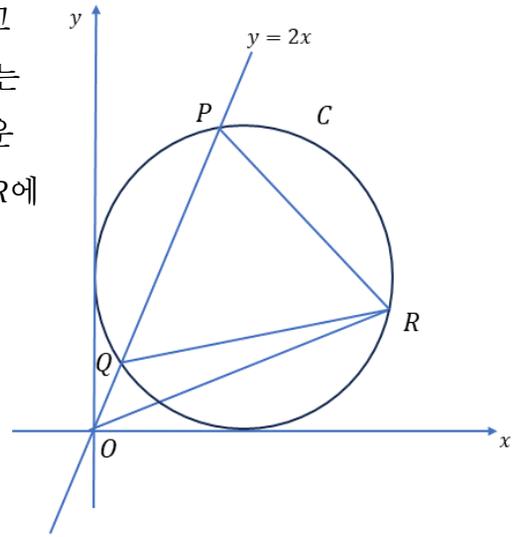
[개념공간]

[목표공간]

5 삼각함수의 활용

대구중앙고 2021 2-1 기말기출변형

그림과 같이 양수 a 에 대하여 점 (a, a) 를 중심으로 하고 x 축, y 축에 동시에 접하는 원 C 와 직선 $y = 2x$ 가 만나는 서로 다른 두 점 중 원점에서 먼 점을 P , 원점에서 가까운 점을 Q 라 하자. $\overline{QP} = \overline{QR}$ 이 되도록 하는 원 C 위의 점 R 에 대하여 $\overline{PR} = 8$ 일 때, \overline{OR}^2 의 값은?



[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

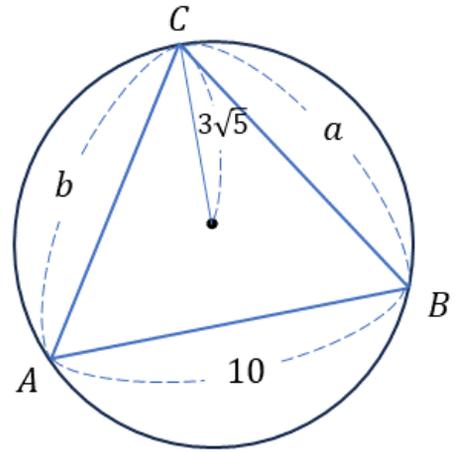
6 삼각함수의 활용

교육청, 2021년 3월 학평기출

길이가 각각 $10, a, b$ 인 세 선분 AB, BC, CA 를
각 변으로 하는 예각삼각형 ABC 가 있다.

삼각형 ABC 의 세 꼭짓점을 지나는 원의 반지름의

길이가 $3\sqrt{5}$ 이고 $\frac{a^2+b^2-ab \cos C}{ab} = \frac{4}{3}$ 일 때, ab 의 값은?



[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

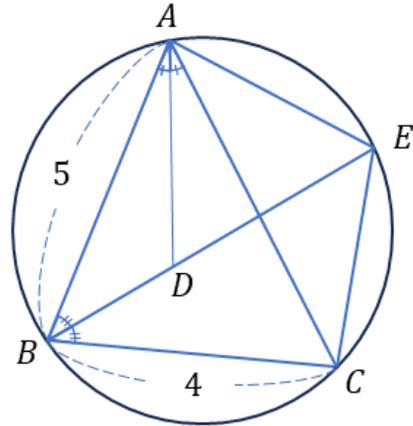
그림과 같이 $\overline{AB} = 5, \overline{BC} = 4, \cos(\angle ABC) = \frac{1}{8}$ 인 삼각형 ABC 가 있다. $\angle ABC$ 의 이등분선과 $\angle CAB$ 의 이등분선이 만나는 점을 D , 선분 BD 의 연장선과 삼각형 ABC 의 외접원이 만나는 점을 E 라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고르면?

<보기>

ㄱ. $\overline{AC} = 6$

ㄴ. $\overline{EA} = \overline{EC}$

ㄷ. $\overline{ED} = \frac{31}{8}$



[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

12주

등차수열

1. 등차 수열의 일반항
2. 등차수열의 합

대표 문제 1 등차수열의 합

상문고 2023 2-1 기말기출변형

등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째 항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 다음 조건을 모두 만족시킬 때, 등차수열 $\{a_n\}$ 의 공차를 구하시오.

(가) $S_3 = S_7$

(나) $S_m > S_{m+1}$, $S_{m+1} < S_{m+2}$ 를 동시에 만족하는 자연수 m 이 존재한다.

(다) $|S_n| = 48$ 을 만족하는 서로 다른 자연수 n 의 값이 3개이다.

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

개념공간

A large rectangular area with a solid blue border and horizontal dashed lines, intended for writing or drawing. The area is divided into three sections by two vertical lines, with the middle section being the largest. The top and bottom edges of the dashed lines are slightly curved inward.

2 등차수열

서울고 2023 2-1 기말기출변형

공차가 3인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킬 때, a_{14} 의 값은?

(가) $a_7 \times a_{10} < 0$

(나) $\sum_{k=4}^6 |a_{3k+1}| = 57 + \sum_{k=1}^3 |a_{3k-1}|$

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

3 등차수열

서울고 2023 2-1 기말기출변형

공차 d 가 자연수인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 두 수열 $\{A_n\}, \{T_n\}$ 을

$$A_n = a_1 - a_2 + a_3 - \dots + (-1)^{n+1}a_n$$

이라 하고 $T_n = |A_n|$ 이라 할 때, <보기>에서 옳은 것만 있는 대로 고른 것은?

<보기>

ㄱ. 수열 $\{A_{2n}\}$ 은 공차가 $-d$ 인 등차수열이다.

ㄴ. $T_{31} = |a_{16}|$

ㄷ. 자연수 $m(m > 1)$ 에 대하여 $T_m = 0$, $T_{2m} = 40$ 이면 $T_{2m+5} = 40$ 이다.

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

4 등차수열의 합

대구수성고 2021 2-1 기말기출변형

공차가 정수인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$S_n = \sum_{k=1}^n a_k, T_n = \sum_{k=1}^n |a_k|$ 이라 할 때, S_n, T_n 은 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $S_{10} = T_{10}$

(나) 10 이상의 모든 자연수 n 에 대하여 $S_n + T_n = 200$ 이다.

T_{12} 의 값은?

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

5 등차수열의 합

교육청, 2022년 3월 학평기출

첫째항이 양수인 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$$|S_3| = |S_6| = |S_{11}| - 3$$

을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항의 합은?

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

6 등차수열의 합

평가원, 2019년 수능기출

첫째항이 50이고 공차가 -4인 등차수열의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 할 때,
 $\sum_{k=m}^{m+4} S_k$ 의 값이 최대가 되도록 하는 자연수 m 의 값은?

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

7 등차수열의 합

평가원, 2021년 9월 모평기출

첫째항이 -45 이고 공차가 d 인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시키도록 하는 모든 자연수 d 의 값의 합은?

(가) $|a_m| = |a_{m+3}|$ 인 자연수 m 이 존재한다.

(나) 모든 자연수 n 에 대하여 $\sum_{k=1}^n a_k > -100$ 이다.

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

13주

등비수열

1. 등비수열의 일반항
2. 등비수열의 합

대표문제 1

교육청, 2021년 7월 학평기출

공차가 d 이고 모든 항이 자연수인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_1 \leq d$

(나) 어떤 자연수 $k(k \geq 3)$ 에 대하여 세 항 a_2, a_k, a_{3k-1} 이 이 순서대로 등비수열을 이룬다.

$90 \leq a_{16} \leq 100$ 일 때, a_{20} 의 값을 구하시오.

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

개념공간

A large rectangular area with a solid blue border and horizontal dashed lines, intended for writing or drawing. The area is divided into three sections by two vertical lines near the right edge, each section having a small notch at the top and bottom corners.

첫째항이 2이고 공비가 정수인 등비수열 $\{a_n\}$ 과 자연수 m 이 다음 조건을 만족시킬 때, a_m 의 값을 구하시오.

(가) $4 < a_2 + a_3 \leq 12$

(나) $\sum_{k=1}^m a_k = 122$

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

3 등차수열과 등비수열

평가원, 2016년 6월 모평기출

공차가 6인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 세 항 a_2, a_k, a_8 은 이 순서대로 등차수열을 이루고, 세 항 a_1, a_2, a_k 는 이 순서대로 등비수열을 이룬다. $k + a_1$ 의 값은?

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

공차가 양수인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 수열 $\{a_n\}$ 의 모든 항은 정수이다.

(나) a_7, a_8, a_k 가 이 순서대로 등비수열을 이루도록 하는 8보다 큰 자연수 k 가 존재한다.

$a_k = 144$ 가 되도록 하는 모든 k 의 값의 합을 구하시오.

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

첫째항이 자연수이고 공차가 음의 정수인 등차수열 $\{a_n\}$ 과 첫째항이 자연수이고 공비가 음의 정수인 등비수열 $\{b_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킬 때, $a_7 + b_7$ 의 값을 구하시오.

(가) $\sum_{n=1}^5 (a_n + b_n) = 27$

(나) $\sum_{n=1}^5 (a_n + |b_n|) = 67$

(다) $\sum_{n=1}^5 (|a_n| + |b_n|) = 81$

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

6 등비수열과 로그 계산

교육청, 2012년 7월 학평기출

체중이 각각 75kg, 80kg인 갑과 을이 1개월짜리 다이어트 프로그램에 참가하여 동시에 다이어트를 시작하였다. 갑은 매일 전날에 비하여 0.3%의 체중이 감소하였고, 을은 매일 전날에 비해 0.5%의 체중이 감소하였다고 할 때, 갑과 을의 체중이 같아지는 때는 다이어트 시작일로부터 며칠 후인가?

(단, $\log 2 = 0.301$, $\log 3 = 0.477$, $\log 9.95 = 0.998$, $\log 9.97 = 0.999$ 로 계산한다.)

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

다음은 어느 회사의 연봉에 관한 규정이다.

(가) 입사 첫째 해 연봉은 a 원이고, 입사 19년째 해까지의 연봉은 해마다 직전 연봉에서 8%씩 인상된다.

(나) 입사 20년째 해부터의 연봉은 입사 19년째 해 연봉의 $\frac{2}{3}$ 으로 한다.

이 회사에 입사한 사람이 28년 동안 근무하여 받는 연봉의 총합은?

(단, $1.08^{18} = 4$ 로 계산한다.)

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

14주

수열의 합과 여러가지 수열

1. 합 기호 Σ 의 성질
2. 자연수 거듭제곱의 합
3. 여러가지 수열

대표문제 1 수열의 합

경기고 2021 2-1 기말기출변형

자연수 n 에 대하여 이차함수 $y = x^2$ 과 일차함수 $y = 2x + 2n$ 이 만나는 서로 다른 두 점을 각각 A_n, B_n 이라 하자. 선분 $A_n B_n$ 을 지름으로 하는 원이 곡선 $y = x^2$ 과 만나는 점 중 A_n, B_n 이 아니면서 x 좌표가 양수인 점을 C_n 이라 하자. 점 C_n 의 좌표를 x_n 이라 할 때, $\sum_{k=1}^{20} (x_k^2 + 2x_k)$ 의 값은?

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

개념공간

A large rectangular area with a solid blue border and horizontal dashed lines, intended for writing or drawing. The area is divided into two sections by a vertical dashed line near the center. The top and bottom edges of the rectangle have small inward-pointing notches at the center and near the corners.

2 수열의 합

교육청, 2022년 3월 학평기출

부등식

$$\sum_{k=1}^5 2^{k-1} < \sum_{k=1}^n (2k-1) < \sum_{k=1}^5 (2 \times 3^{k-1})$$

을 만족시키는 모든 자연수 n 의 값의 합을 구하시오.

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

3 수열의 합

서울고 2023 2-1 기말기출변형

집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 30 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 부분집합 A 가 다음 조건을 모두 만족시킨다.

(가) $n(A) = 15$

(나) 집합 A 의 임의의 두 원소 a_i, a_j ($i \neq j$)에 대하여 $a_i + a_j \neq 31$

(다) $\sum_{i=1}^{15} a_i = 180$

이때, $\frac{1}{31} \sum_{i=1}^{15} a_i^2$ 의 값을 구하시오.

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

4 수열의 합

서울고 2023 2-1 기말기출변형

수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n a_k = \log \frac{(2n+1)(2n+3)}{3}$$

를 만족시킨다. $\sum_{k=1}^{20} a_{2k-1} = p$ 라 할 때, 10^p 의 값을 구하시오.

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

좌표평면에서 함수

$$f(x) = \begin{cases} -x + 10 & (x < 10) \\ (x - 10)^2 & (x \geq 10) \end{cases}$$

과 자연수 n 에 대하여 점 $(n, f(n))$ 을 중심으로 하고 반지름의 길이가 3인 원 O_n 이 있다. x 좌표와 y 좌표가 모두 정수인 점 중에서 원 O_n 의 내부에 있고 함수 $y = f(x)$ 의 그래프의 아랫부분에 있는 모든 점의 개수를 A_n , 원 O_n 의 내부에 있고 함수 $y = f(x)$ 의 그래프의 윗부분에 있는 모든 점의 개수를 B_n 이라 하자. $\sum_{n=1}^{20} (A_n - B_n)$ 의 값은?

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

6 지수부등식과 수열의 합

평가원, 2014년 9월 모평기출

자연수 n 에 대하여 부등식 $4^k - (2^n + 4^n)2^k + 8^n \leq 1$ 을 만족시키는 모든 자연수 k 의 합을 a_n 이라 하자. $\sum_{n=1}^{20} \frac{1}{a_n} = \frac{q}{p}$ 일 때, $p + q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

7 로그부등식과 수열의 합

교육청, 2013년 11월 학평기출

좌표평면에서 자연수 n 에 대하여 영역

$$\{(x, y) \mid 2^x - n \leq y \leq \log_2(x + n)\}$$

에 속하는 점 중 다음 조건을 만족시키는 점의 개수를 a_n 이라 하자.

- (가) x 좌표와 y 좌표는 서로 같다.
- (나) x 좌표와 y 좌표는 모두 정수이다.

예를 들어, $a_1 = 2, a_2 = 4$ 이다. $\sum_{n=1}^{30} a_n$ 의 값을 구하시오.

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

15주

점화식(1)

1. 귀납적 정의

대표문제 1 수열의 합

경기고 2021 2-1 기말기출변형

모든 항이 0이 아닌 정수로 이루어진 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 $a_{n+1} = a_n^2 - 2a_n$ 을 만족시킨다. $a_2 \neq a_3$, $a_5 = a_6$ 일 때, $\sum_{k=1}^{100} a_k$ 의 값은?

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

개념공간

A large rectangular area with a solid blue border and horizontal dashed lines, intended for writing or drawing. The area is divided into two sections by a vertical dashed line near the center. The top and bottom edges of the rectangle have small inward-pointing tabs on the right side.

2 수열의 항 추론

상문고 2023 2-1 기말기출변형

자연수 m 에 대하여 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 = m$ 이고

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n - 5 & (a_n \geq 10) \\ 2a_n & (a_n < 10) \end{cases}$$

일 때, $a_{10} = 11$ 을 만족시키는 모든 m 의 값의 합은?

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

3 등비수열의 변형

동덕여고 2023 2-1 기말기출변형

수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $|a_1| = 1$

(나) 모든 자연수 n 에 대하여 $|a_{n+1}| = 2|a_n|$

(다) $\sum_{n=1}^{10} a_n = -15$

$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_9$ 의 값은?

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

4 수열의 귀납적 정의

교육청, 2022년 학평기출

수열 $\{a_n\}$ 은 $1 < a_1 < 2$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} -2a_n & (a_n < 0) \\ a_n - 2 & (a_n \geq 0) \end{cases}$$

을 만족시킨다. $a_7 = -1$ 일 때, $40 \times a_1$ 의 값을 구하시오.

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

5 수열의 합

평가원, 2019년 수능기출

수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) a_{2n} = a_n - 1$$

$$(나) a_{2n+1} = 2a_n + 1$$

$a_{20} = 1$ 일 때, $\sum_{n=1}^{63} a_n$ 의 값은?

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

6 수열의 합과 일반항

교육청, 2021년 3월 학평기출

수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. $a_1 = 2$, $a_2 = 4$ 이고 2 이상의 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} S_n = a_n S_{n+1}$$

이 성립할 때, S_5 의 값을 구하시오.

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

7 수열의 합

평가원, 2020년 수능기출

수열 $\{a_n\}$ 은 $0 < a_1 < 1$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \ a_{2n} = a_2 \times a_n + 1$$

$$(나) \ a_{2n+1} = a_2 \times a_n - 2$$

$a_7 = 2$ 일 때, a_{25} 의 값은?

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

16주

점화식(2)와 수학적 귀납법

1. 수열의 귀납적 정의
2. 수학적 귀납법

대표문제 1 수학적 귀납법

상문고 2023 2-1 기말기출변형

$n \geq 1$ 인 모든 자연수 n 에 대하여 부등식

$$1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \cdots + \frac{1}{n^2} \leq 2 - \frac{1}{n}$$

이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명하시오.

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

개념공간

A large rectangular area with a solid blue border and horizontal dashed lines, intended for writing or drawing. The area is divided into three sections by two vertical lines near the right edge, each section having a small notch at the top and bottom corners.

2 수열의 귀납적 정의

교육청, 2021년 4월 학평기출

첫째항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n - 2 & (a_n \geq 0) \\ a_n + 5 & (a_n < 0) \end{cases}$$

을 만족시킨다. $a_{15} < 0$ 이 되도록 하는 a_1 의 최솟값을 구하시오.

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

3 수열의 귀납적 정의

평가원, 2021년학년도 수능기출

수열 $\{a_n\}$ 은 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+2} = \begin{cases} 2a_n + a_{n+1} & (a_n \leq a_{n+1}) \\ a_n + a_{n+1} & (a_n > a_{n+1}) \end{cases}$$

을 만족시킨다. $a_3 = 2, a_6 = 19$ 가 되도록 하는 모든 a_1 의 값의 합은?

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

4 수열의 귀납적 정의

평가원, 2022년학년도 수능기출

다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^{100} a_k$ 의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m 이라 할 때, $M - m$ 의 값은?

(가) $a_5 = 5$

(나) 모든 자연수 n 에 대하여 $a_{n+1} = \begin{cases} a_n - 6 & (a_n \geq 0) \\ -2a_n + 3 & (a_n < 0) \end{cases}$ 이다.

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

5 수열의 귀납적 정의

교육청, 2021년학년도 7월 학평기출

첫째항이 양수이고 공차가 -1보다 작은 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 수열 $\{b_n\}$ 은 다음과 같다.

$$b_n = \begin{cases} a_{n+1} - \frac{n}{2} & (a_n \geq 0) \\ a_n + \frac{n}{2} & (a_n < 0) \end{cases}$$

수열 $\{b_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 할 때, 수열 $\{b_n\}$ 은 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $b_5 < b_6$

(나) $S_5 = S_9 = 0$

$S_n \leq -70$ 을 만족시키는 자연수 n 의 최솟값은?

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

6 수열의 귀납적 정의

평가원, 2021년 9월 모평기출

수열 $\{a_n\}$ 은 $|a_1| \leq 1$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} -2a_n - 2 & \left(-1 \leq a_n < -\frac{1}{2}\right) \\ 2a_n & \left(-\frac{1}{2} \leq a_n \leq \frac{1}{2}\right) \\ -2a_n + 2 & \left(\frac{1}{2} < a_n \leq 1\right) \end{cases}$$

을 만족시킨다. $a_5 + a_6 = 0$ 이고 $\sum_{k=1}^5 a_k > 0$ 이 되도록 하는 모든 a_1 의 값의 합은?

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]

다음은 모든 자연수 n 에 대하여

$$\frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{2 \times 4} + \frac{1}{3 \times 5} + \dots + \frac{1}{n(n+2)} = \frac{n(3n+5)}{4(n+1)(n+2)} \dots \textcircled{㉠}$$

이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명하는 과정의 일부이다.

(i) $n = 1$ 일 때, (좌변) = $\boxed{\text{(가)}}$, (우변) = $\boxed{\text{(가)}}$ 이므로 등식 $\textcircled{㉠}$ 이 성립한다.

(ii) $n = k$ 일 때, $\textcircled{㉠}$ 이 성립한다고 가정하면

$$\frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{2 \times 4} + \frac{1}{3 \times 5} + \dots + \frac{1}{k(k+2)} = \frac{k(3k+5)}{4(k+1)(k+2)} \dots \textcircled{㉡}$$

등식 $\textcircled{㉡}$ 의 좌변에 (나) 을(를) 더하면

$$\begin{aligned} \frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{2 \times 4} + \frac{1}{3 \times 5} + \dots + \frac{1}{k(k+2)} + \boxed{\text{(나)}} &= \frac{k(3k+5)}{4(k+1)(k+2)} + \boxed{\text{(나)}} \\ &= \frac{1}{4(k+1)} \left\{ \frac{k(3k+5)}{k+2} + \boxed{\text{(다)}} \right\} = \boxed{\text{(라)}} \end{aligned}$$

위 등식은 등식 $\textcircled{㉠}$ 에 $n = k + 1$ 을 대입한 것과 같다.

따라서 ...

위의 증명과정에서 (가)에 알맞은 수를 a , (나), (다), (라)에 알맞은 식을 각각

$f(k), g(k), h(k)$ 라 할 때, $\frac{a}{f(12)g(4)h(6)}$ 의 값은?

[풀이공간]

[조건공간]

[개념공간]

[목표공간]